Formulekaart VWO

Kansrekening

Tellen

$n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

$0! = 1$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Binomium van Newton : $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k\, b^{n-k}$

Kansrekening

Voor toevalsvariabelen *X* en *Y* geldt: $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

Voor onafhankelijke toevalsvariabelen *X* en *Y* geldt: $\sigma(X+Y) = \sqrt{\sigma^2(X) + \sigma^2(Y)}$

$\sqrt{n}$-wet : bij een serie van *n* onafhankelijk van elkaar herhaalde experimenten geldt voor de som *S* en het gemiddelde $\overline{X}$ van de uitkomsten *X*:

$E(S) = n \cdot E(X)$ $\qquad$ $\sigma(S) = \sqrt{n} \cdot \sigma(X)$

$E(\overline{X}) = E(X)$ $\qquad$ $\sigma(\overline{X}) = \frac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}$

Binomiale verdeling

Voor de binomiaal verdeelde toevalsvariabele X, waarbij *n* het aantal experimenten is en *p* de kans op succes per keer, geldt:

$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ $\qquad$ met $k = 0, 1, 2, \ldots, n$

Verwachting:	$E(X) = n \cdot p$
Variantie:	$\mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$
Standaardafwijking:	$\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{Var}(X)} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Normale verdeling

Voor een toevalsvariabele X die normaal verdeeld is met gemiddelde μ en standaardafwijking σ geldt:

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ is standaard normaal verdeeld en

$$P(X < g) = P\left(Z < \frac{g-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{g-\mu}{\sigma}\right)$$

Hierin is Φ de cumulatieve verdelingsfunctie van de standaardnormale verdeling.

Algebra en verbanden

Vergelijkingen

vergelijking	oplossing	voorwaarde
$ax^2 + bx + c = 0$	$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ of $x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ met $D = b^2 - 4ac$	$a \neq 0$, $D \geq 0$
$x^n = c$	$x = c^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{c}$	$c > 0$, $n > 0$
$g^x = a$	$x = {}^g\log a = \frac{\log a}{\log g}$	$a > 0$, $g > 0$, $g \neq 1$
${}^g\log x = b$	$x = g^b$	$g > 0$, $g \neq 1$
$\mathrm{e}^x = a$	$x = \ln a$	$a > 0$
$\ln x = b$	$x = \mathrm{e}^b$	

Machten en logaritmen

regel	voorwaarde
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a > 0$
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$a > 0$, $n > 0$
$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	$a > 0$
$a^p : a^q = a^{p-q}$	$a > 0$
$(a^p)^q = a^{pq}$	$a > 0$
$(ab)^p = a^p \cdot b^p$	$a > 0$, $b > 0$
${}^g\log a = \frac{{}^p\log a}{{}^p\log g}$	$g > 0$, $g \neq 0$, $a > 0$, $p > 0$, $p \neq 1$
${}^g\log a + {}^g\log b = {}^g\log ab$	$g > 0$, $g \neq 1$, $a > 0$, $b > 0$
${}^g\log a - {}^g\log b = {}^g\log \frac{a}{b}$	$g > 0$, $g \neq 1$, $a > 0$, $b > 0$
${}^g\log a^p = p \cdot {}^g\log a$	$g > 0$, $g \neq 1$, $a > 0$

Verbanden

Lineair verband	
$H = b + a \cdot t$	b is de beginwaarde en a is de helling of richtingscoëfficiënt
Exponentieel verband	
$H = b \cdot g^t$	b is de beginwaarde en g is de groeifactor
Harmonische trilling $H = d + a \cdot \sin b(t - c)$ of $H = d - a \cdot \sin b(t - c)$	d is de evenwichtsstand, (c, d) is een beginpunt, $\frac{2\pi}{b}$ is de periode, a is de amplitude en $a > 0$, $b > 0$

Somformules voor rijen

Voor de som S van de rekenkundige rij $a,\ a+v,\ a+2v,\ \ldots,\ a+(n-1)v$ geldt:
$S = n \cdot \dfrac{\text{eerste term} + \text{laatste term}}{2}$
Voor de som S van de meetkundige rij $a,\ ar,\ ar^2,\ ar^3,\ \ldots,\ ar^{n-1}$ geldt:
$S = \sum_{k=0}^{n-1} ar^k = a \cdot \dfrac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$
Voor de som S van de oneindige meetkundige rij $a,\ ar,\ ar^2,\ ar^3,\ \ldots$ met -1 < r < 1 geldt:
$S = \sum_{k=0}^{\infty} ar^k = a \cdot \dfrac{1}{1-r}$

Differentievergelijkingen

recursievergelijking	**directe formule**
$u(n+1) = a \cdot u(n) + b$ met beginwaarde $u(0)$	$u(n) = \frac{b}{1-a} + (u(0) - \frac{b}{1-a}) \cdot a^n$ of $u(n) = U + a^n \cdot (u(0) - U)$ met $U = \frac{b}{1-a}$ Als $-1 < a < 1$, dan geldt: $\lim_{n \to \infty} u(n) = \frac{b}{1-a}$
exponentiële groei $u(n+1) = a \cdot u(n)$	$u(n) = u(0) \cdot a^n$
logistische groei $u(n+1) = u(n) + c \cdot u(n) \cdot (G - u(n))$ waarbij G de grenswaarde is	

Differentiëren

naam van de regel	**functie**	**afgeleide**
constante maal f	$g(x) = c \cdot f(x)$	$g'(x) = c \cdot f'(x)$
somregel	$s(x) = f(x) + g(x)$	$s'(x) = f'(x) + g'(x)$
productregel	$p(x) = f(x) \cdot g(x)$	$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
quotiëntregel	$q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$q'(x) = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
kettingregel	$f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$ of $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}g} \cdot \dfrac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}$

standaardfunctie	**afgeleide**
$f(x) = c$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
$f(x) = \mathrm{e}^x$	$f'(x) = \mathrm{e}^x$
$f(x) = g^x$ met $g > 0$	$f'(x) = g^x \cdot \ln g$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x}$
$f(x) = {}^g\log x$ met $g > 0$ en $g \neq 1$	$f'(x) = \dfrac{1}{x} \cdot \dfrac{1}{\ln g}$