Formulekaart VWO wiskunde B

Vergelijkingen

$ax^2 + bx + c = 0$	$x = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ of $x = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ met $D = b^2 - 4ac$	$a \neq 0, D > 0$
$x^n = c$	$x = c^{1/n} = \sqrt[n]{c}$	$x > 0, c > 0, n > 0$
$g^x = a$	$x = {}^g\log a = \dfrac{\log a}{\log g} = \dfrac{\ln a}{\ln g}$	$a > 0, g > 0, g \neq 1$
${}^g\log x = b$	$x = g^b$	$x > 0, g > 0, g \neq 1$
$\mathrm{e}^x = a$	$x = \ln a$	$a > 0$
$\ln x = b$	$x = \mathrm{e}^b$	$x > 0$

Machten en logaritmen

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	$a > 0$
$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$	$a > 0$, $n > 0$
$a^p \bullet a^q = a^{p+q}$	$a > 0$
$a^p : a^q = a^p / a^q = a^{p-q}$	$a > 0$
$(a^p)^q = a^{pq}$	$a > 0$
$(ab)^p = a^p b^p$	$a, b > 0$
${}^g\log a = \dfrac{{}^p\log a}{{}^p\log g}$	$g > 0; g \neq 1; a > 0; p > 0, p \neq 1$
${}^g\log a + {}^g\log b = {}^g\log ab$	$g > 0; g \neq 1; a > 0; b > 0$
${}^g\log a - {}^g\log b = {}^g\log\left(\dfrac{a}{b}\right)$	$g > 0; g \neq 1; a > 0; b > 0$
${}^g\log\left(a^p\right) = p\ {}^g\log a$	$g > 0; g \neq 1; a > 0$

Binomium van Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} \quad \text{met} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Differentiëren en integreren

	functie	afgeleide
somregel	$f(x)+g(x)$	$f'(x)+g'(x)$
constante maal f	$cf(x)$	$cf'(x)$
productregel	$f(x)g(x)$	$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$
quotiëntregel	$\dfrac{f(x)}{g(x)}$	$\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
kettingregel	$f\left(g(x)\right)$ $x \mapsto u \mapsto y$	$f'\left(g(x)\right)g'(x)$ of $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}g}\dfrac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}$ $f'(x)=y'u'$ of $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u}\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$

Differentiëren van standaardfuncties

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x^n	nx^{n-1}
g^x	$g^x \ln(g)$ $(g>0)$
e^x	e^x
${}^g\log x$	$\dfrac{1}{x\ln(g)}$ $(g>0,\, g\neq 1)$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$

Primitiveren van standaardfuncties

$f(x)$	$F(x)=\int f(x)\,\mathrm{d}x$
x^n	$\dfrac{1}{n+1}x^{n+1}+c$ $(n\neq -1)$
g^x	$\dfrac{1}{\ln g}g^x+c$
e^x	e^x+c
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert+c$
$\ln x$	$x\ln(x)-x+c$
${}^g\log x$	$\dfrac{1}{\ln(g)}\left(x\ln(x)-x\right)+c$
$\sin x$	$-\cos x+c$
$\cos x$	$\sin x+c$

Lineaire benadering (raaklijn) van f in (p, q): $y = f'(p)\cdot(x-p)+q$

Inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door de grafiek van de functie f op het interval $[a,b]$ om de x-as te wentelen:

$$I = \pi\int_b^a f(x)^2\,\mathrm{d}x$$

Lengte van de grafiek van f op het interval $[a,b]$:

$$L = \int_b^a \sqrt{1+f'(x)^2}\,\mathrm{d}x$$

Goniometrische formules

$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1 \qquad \sin(-t) = -\sin t \qquad \sin(\tfrac{1}{2}\pi - t) = \cos t \qquad \sin(\pi - t) = \sin t$$

$$\tan t = \frac{\sin t}{\cos t} \qquad \cos(-t) = \cos t \qquad \cos(\tfrac{1}{2}\pi - t) = \sin t \qquad \cos(\pi - t) = -\cos t$$

$$\sin 2t = 2\sin t \cos t \qquad \cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$$

$$\sin(t+u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u \qquad \sin t + \sin u = 2\sin\left(\frac{t+u}{2}\right)\cos\left(\frac{t-u}{2}\right)$$

$$\sin(t-u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u \qquad \sin t - \sin u = 2\sin\left(\frac{t-u}{2}\right)\cos\left(\frac{t+u}{2}\right)$$

$$\cos(t+u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u \qquad \cos t + \cos u = 2\cos\left(\frac{t+u}{2}\right)\cos\left(\frac{t-u}{2}\right)$$

$$\cos(t-u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u \qquad \cos t - \cos u = -2\sin\left(\frac{t+u}{2}\right)\sin\left(\frac{t-u}{2}\right)$$

Somformules voor rijen

Rekenkundige rij:
Voor de som S van de rekenkundige rij $u_1 = a$, $u_2 = a + v$, $u_3 = a + 2v$, $\ldots$, $u_n = a + (n-1)v$ geldt:

$$S = \sum_{k=1}^{n} u_k = n\,\frac{\text{eerste term} + \text{laatste term}}{2} = \tfrac{1}{2}n(u_1 + u_n)$$

Meetkundige rij:
Voor de som S van de meetkundige rij $a, ar, ar^2, ar^3, \ldots ar^{n-1}$ geldt:

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} ar^k = \frac{\text{eerstvolgende term} - \text{eerste term}}{r-1} = \frac{ar^n - a}{r-1} = a\,\frac{r^n - 1}{r-1} \qquad (r \neq 1)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} ar^k = \frac{a}{1-r} \qquad (|r| < 1)$$

Verbanden

Lineair verband
$H = b + a \cdot t$

b is de beginwaarde en
a is de helling of richtingscoëfficiënt

Exponentieel verband
$H = b \cdot g^t$

b is de beginwaarde en
g is de groeifactor

Harmonische trilling
$H = d + a \cdot \sin b(t - c)$

d is de evenwichtsstand, (c, d) is het beginpunt
$\dfrac{2\pi}{b}$ is de periode, a is de amplitude en $a > 0$; $b > 0$

Bewegingen in het vlak

Als $(x(t), y(t))$ de positie in het *Oxy*-vlak geeft van een bewegend punt op het tijdstip *t*, dan wordt de *snelheidsvector* op het tijdstip *t* gegeven door $(x'(t), y'(t))$.
De (scalaire) snelheid van het punt op het tijdstip *t* wordt gegeven door

$$v(t) = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}$$

en de lengte van de afgelegde weg tussen de tijdstippen $t = a$ en $t = b$ door

$$\int_a^b v(t)\,\mathrm{d}t = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\,\mathrm{d}t$$

Eenparige cirkelbeweging met middelpunt (m, n), straal r en hoeksnelheid ω :

$$\begin{cases} x(t) = m + r\cos\omega(t - t_0) \\ y(t) = n + r\sin\omega(t - t_0) \end{cases}$$

Harmonische trilling met evenwichtsstand c, amplitude A en periode T:

$$h(t) = c + A\sin\left(\frac{2\pi}{T}(t - t_0)\right)$$

Continue dynamische modellen

Exponentiële groei of verval:

differentiaalvergelijking: $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = c\,y$

oplossingen: $y(t) = y(t_0)e^{c(t-t_0)}$

Logistische groei:

differentiaalvergelijking: $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = c\,y\,(M - y)$ met $M > 0$

oplossingen: $y(t) = \dfrac{My(t_0)}{y(t_0) + (M - y(t_0))e^{-cM(t-t_0)}}$

Limieten

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x - 1}{x} = \ln a \qquad (a > 0)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^p}{a^x} = 0 \qquad (a > 1)$$

$$\lim_{x\to 0}\left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a$$

Lijnen en cirkels in het vlak

Lijn door (p, q) met richtingscoëfficiënt m: $y = q + m(x - p)$

Voor twee lijnen ℓ_1 en ℓ_2 met richtingscoëfficiënten m_1 en m_2 geldt: $\ell_1 \perp \ell_2 \Leftrightarrow m_1 m_2 = -1$

Vergelijking van de cirkel met middelpunt (m, n) en straal r: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Omtrek cirkel: $2\pi r$; lengte boog met middelpuntshoek α (rad): αr

Oppervlakte cirkel: πr^2 ; opp. sector met middelpuntshoek α (rad): $\frac{1}{2}\alpha r^2$

Driehoeken

Stelling van Pythagoras: Als driehoek ABC een rechte hoek in C heeft, dan geldt: $a^2 + b^2 = c^2$

Omgekeerde stelling van Pythagoras: Als in driehoek ABC geldt $a^2 + b^2 = c^2$ dan is hoek C recht.

Cosinusregel: In elke driehoek ABC geldt: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

Sinusregel: In elke driehoek ABC geldt: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$
