PARAGRAAF 6.1 : KWADRATISCHE FORMULES

VOORBEELD 1

Gegeven is de formule $W(x) = -x^2 + 8x$ met W de winst in euro's per uur en x het aantal producten dat per uur gemaakt wordt.

a. Teken de grafiek

b. Bereken het maximaal aantal klanten.

c. Bereken bij welke uurproductie er meer dan 12 euro winst gemaakt werd.

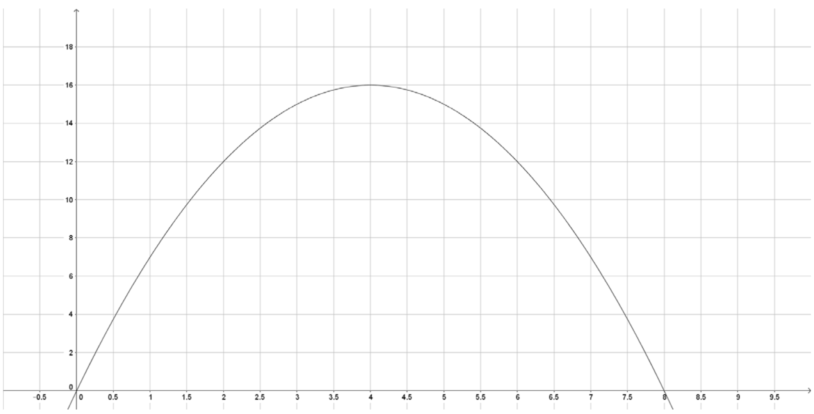
OPLOSSING 1

a. Om de grafiek netjes te tekenen maak je eerst een tabel.
Deze begint bij nul (omdat je geen negatieve productie kunt hebben).
Dit kun je doen m.b.v. de GR :

(1) Formule intikken $y_1 = -x^2 + 8x$
(2) Tableset Tblstart = 0 en ΔTbl = 1
(3) Table geeft

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	7	12	16	16	15	12	7	0

De grafiek :

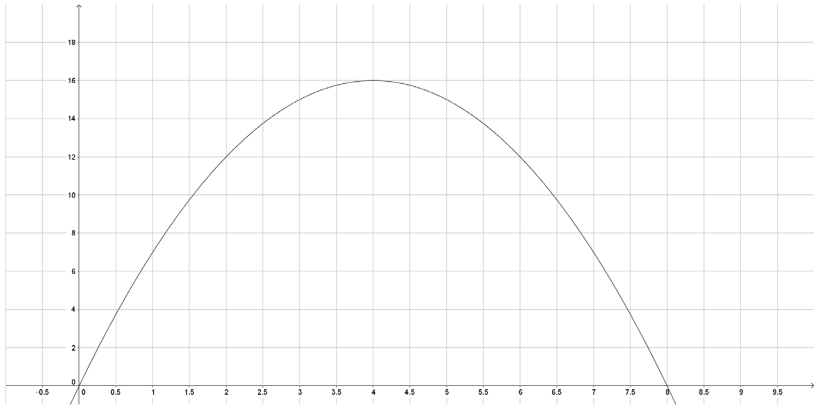


b. Je wil iets gaan berekenen (calc) dus volg je het stappenplan :

(1) Formule intikken $y_1 = -x^2 + 8x$

(2) Venster [0 , 10] x [0 , 50]

(3) Schets / Plot



(4) Toets / Knop calc maximum

(5) Oplossing $y = 16$

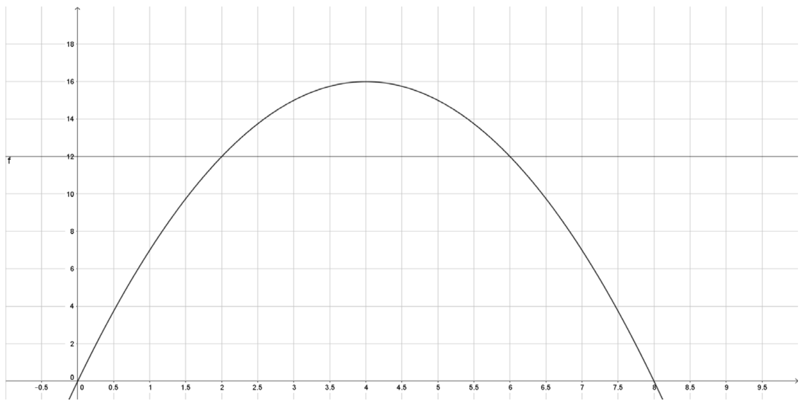
Dus er zijn maximaal 16 klanten in de winkel.

c. Je wil iets gaan berekenen (calc) dus volg je het stappenplan :

(1) Formule intikken $y_1 = -x^2 + 8x$ en $y_2 = 12$

(2) Venster [0 , 10] x [0 , 50]

(3) Schets / Plot



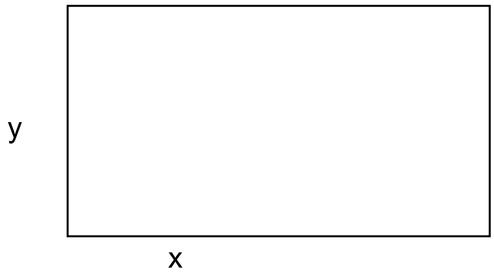
(4) Toets / Knop calc intersect

(5) Oplossing $x = 2 \vee x = 6$

Dus bij een uurproductie van 3, 4 of 5 producten (niet 2 en 6 !!)

VOORBEELD 2

Gegeven is een rechthoekig stuk grond met lengte x en breedte y.



De omtrek van dit stuk grond is gelijk aan 156 meter.

a. Toon aan dat geldt x + y = 78

b. Toon aan dat de oppervlakte gelijk is aan $O(x) = 78x - x^2$

c. Bereken de afmetingen van het stuk land waarvoor de oppervlakte maximaal is.

OPLOSSING 2

a. Omtrek rechthoek = $x + y + x + y = 156$

$2x + 2y = 156$

Hieruit volgt $x + y = 78$

b. De oppervlakte is gelijk aan $O(x) = x \cdot y$

De y moet weg uit deze formule.

We weten dat $x + y = 78$, dus $y = 78 - x$.

Invullen in de eerste formule geeft $O(x) = x \cdot y = x \cdot (78 - x) = 78x - x^2$

(1) Formule intikken $y1 =- x^2 + 8x \;\; en \;\; y2 = 12$

(2) Venster $[\,0\,,10\,]\; x\; [\;0\,,50\;]$

(3) Schets / Plot …

(4) Toets / Knop calc intersect

(5) Oplossing $x = 39$

Dus de lengte $x = 39$ en de breedte $y = 78 - 39 = 39$ (het is dus een vierkant)

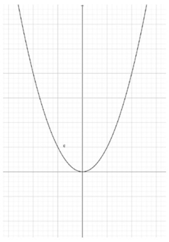
PARAGRAAF 6.2 GRAFIEKEN VERANDEREN

LES 1 : TRANSFORMATIES VAN MACHTSFUNCTIES

DEFINITIES MACHTSFUNCTIES

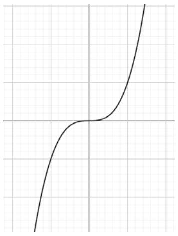
Er zijn twee soorten grafieken voor de formules $y = x^n$:

(1) n is even



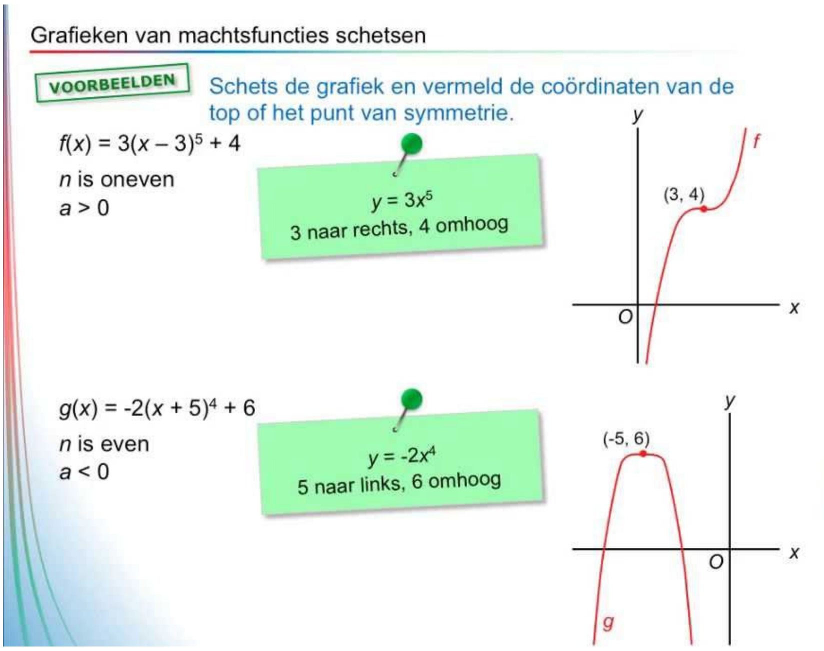
- Er zijn twee snijpunten met de positieve y-as.
- Er zijn geen snijpunten met de negatieve y-as.
- Bij de formule $y = a(x-p)^n + q$ ligt de top bij (p,q).
- Als $a < 0 \rightarrow berg \rightarrow maximum$
  Als $a > 0 \rightarrow dal \quad \rightarrow minimum$

(2) n is oneven



- Er is één snijpunt met de positieve y-as.
- Er is één snijpunt met de negatieve y-as.
- Bij de formule $y = a(x-p)^n + q$ ligt de top bij (p,q).
- Als $a < 0 \rightarrow omgedraaide\ vorm$

TOP OF SYMMETRIEPUNT ?



DEFINITIES TRANSLATIES

- T(p,q) = { Translatie / verschuiving van de grafiek p naar rechts en q omhoog }
- $V_{x\text{-as},\, c}$ = { Vermenigvuldiging t.o.v. de x-as met factor c }

REGELS BIJ TRANSLATIES

(1) $f(x) \xrightarrow{T(a,b)} f(x-a)+b$

(2) $f(x) \xrightarrow{V_{x-as,c}} c \cdot f(x)$

VOORBEELD 1

Gegeven is de functie $f(x) = x^4$.

a. Bepaal de formule die ontstaat als f eerst 5 naar rechts en 2 omlaag verschoven wordt en vervolgens vermenigvuldigd wordt met 3 t.o.v. de x-as.

b. Schets de nieuwe grafiek.

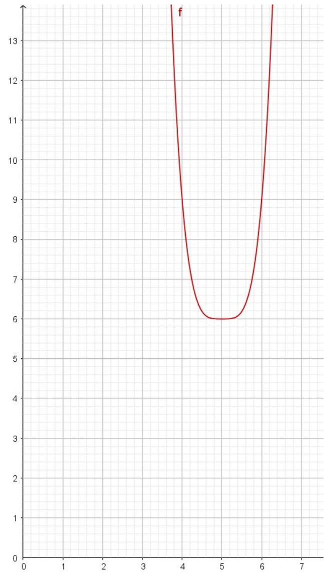
c. Geef de coördinaten van de top.

d. Beantwoord de vragen a t/m c nu als
f eerst vermenigvuldigd wordt met -2 en dan 3 naar links verschoven wordt.

OPLOSSING 1

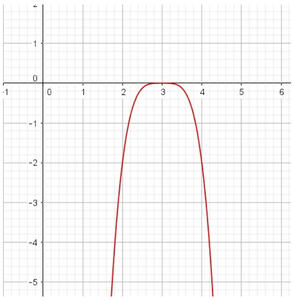
a. $x^4 \xrightarrow{T(5,2)} (x-5)^4 + 2 \xrightarrow{V_{x-as,3}} 3 \cdot ((x-5)^4 + 2) = 3 \cdot (x-5)^4 + 6$

b.



c. Top is $(5,6)$

d. $x^4 \xrightarrow{V_{x-as,-2}} -2 \cdot x^4 \xrightarrow{T(-3,0)} -2(x - -3)^4 = -2(x+3)^4$

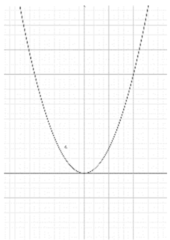


$Top\ =\ (3,0)$

PARAGRAAF 6.3 REKENEN MET MACHTEN EN WORTELS

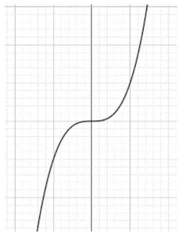
LES 1 : MACHTSVERGELIJKINGEN OPLOSSEN

HERHALEN



(1) n is even

- Er zijn twee snijpunten (oplossingen) met de positieve y-as.
- Er zijn geen snijpunten (oplossingen) met de negatieve y-as.



(2) n is oneven

- Er is één snijpunt (oplossing) met de positieve y-as.
- Er is één snijpunt (oplossing) met de negatieve y-as.

VOORBEELD 1

Los algebraïsch op. Geef de antwoorden in 2 decimalen nauwkeurig.

a. $3x^7 = 36$

b. $2x^4 - 10 = 360$

c. $3x^{3,7} = 60$

OPLOSSING 1

a. $3x^7 = 36$

$x^7 = 12$

$x = \sqrt[7]{12} = 1{,}43$ (en NIET -1,43 !!!)

b. $2x^4 - 10 = 360$

$2x^4 = 370$

$x^4 = 185$

$x = \sqrt[4]{185} = 3{,}69 \quad v \quad x = -3{,}69$ (Nu wel, waarom ???)

c. $3x^{3,7} = 60$

$x^{3,7} = 20$

$x = \sqrt[3,7]{20} = 2{,}25$

LES 2 : WORTELVERGELIJKINGEN EN VARIABELEN VRIJMAKEN

VOORBEELD 1

a. Los algebraïsch op : $2-\sqrt{x+4}=-1$

b. Schrijf x als functie van y bij de formule $y=2-\sqrt{x+4}$

OPLOSSING 1

a. $2-\sqrt{x+4}=-1$

$\sqrt{x+4}=3$ { Nu is de wortel los, dus nu kwadrateren }

$x+4=9$

$x=5$

b. $y=2-\sqrt{x+4}$

$y-2=-\sqrt{x+4}$

$-y+2=\sqrt{x+4}$ { Nu is de wortel los, dus nu kwadrateren }

$(2-y)^2=x+4$

$y^2-4y+4=x+4$

$\boldsymbol{x=y^2-4y}$

VOORBEELD 2

a. Maak p vrij bij de formule $Q = 3 \cdot (p-5)^4 + 6$

b. Schrijf $Q = 3 \cdot (2p)^5$ in de vorm $Q = a \cdot p^c$

OPLOSSING 2

A. $Q = 3 \cdot (p-5)^4 + 6$

$Q - 6 = 3 \cdot (p-5)^4$

$\frac{1}{3}Q - 2 = (p-5)^4$

$p - 5 = \sqrt[4]{\frac{1}{3}Q - 2}$

$p = \sqrt[4]{\frac{1}{3}Q - 2} + 5$

B. $Q = 3 \cdot (2p)^5$

$Q = 3 \cdot 2^5 \cdot p^5 = 96 \cdot p^5$ (das a = 96 en c = 5)

PARAGRAAF 6.4 GEBROKEN FORMULES

LES 1 : GEBROKEN VERGELIJKINGEN OPLOSSEN

VOORBEELD 1

Los algebraïsch op

a. $\frac{4}{x+3} = \frac{2}{x+1}$

b. $\frac{2}{x+1} = 5$

OPLOSSING 1

a. $\frac{4}{x+3} = \frac{2}{x+1}$ (Kruiselings Vermenigvuldigen)

$2(x+3) = 4(x+1)$

$2x + 6 = 4x + 4$

$-2x = -2$

$x = 1$

b. $\frac{2}{x+1} = \frac{5}{1}$ (KV)

$5(x+1) = 2 \cdot 1$

$5x + 5 = 2$

$5x = -3$

$x = -\frac{3}{5}$

LES 2 : HERLEIDEN VAN BREUKEN

VOORBEELD 1

a. Herleid tot één breuk : $5a + \frac{2}{a} =$

b. Herleid $\frac{\frac{x}{x-1}}{x+4} =$

c. Toon aan dat $\frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot 7b$ te schrijven is als $\frac{84}{b-1}$

OPLOSSING 1

a. $5a + \frac{2}{a} = \frac{5a}{1} + \frac{2}{a} = \frac{5a^2}{a} + \frac{2}{a} = \frac{5a^2+2}{a}$

b. $\frac{\frac{x}{x-1}}{x+4} \times \frac{x-1}{x-1} = \frac{x}{x^2+3x-4}$

c. $\frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot 7b = \frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot \frac{7b}{1} = \frac{84b}{b(b-1)} = \frac{84}{b-1}$

VOORBEELD 2

a. Gegeven is de formule $y = x(3 + \frac{\frac{10}{x}}{x+1})$

Herleid deze tot de vorm $y = ax + \frac{b}{x^2+x}$ met a en b getallen.

b. Gegeven is de formule $y = \frac{6x}{3+\frac{x}{x-1}}$

Herleid deze tot de vorm $y = \frac{ax^2+bx}{cx-d}$ met a, b, c en d getallen.

OPLOSSING 2

a. $y = x\left(3 + \frac{\frac{10}{x^2}}{x+1}\right) = 3x + \frac{x}{1} \cdot \frac{\frac{10}{x^2}}{x+1}$

$y = 3x + \frac{x \cdot \frac{10}{x^2}}{x+1} = 3x + \frac{\frac{10x}{x^2}}{x+1} =$

$y = 3x + \frac{\frac{10}{x}}{\frac{x+1}{1}} = 3x + \frac{10}{x} \cdot \frac{1}{x+1} = 3x + \frac{10}{x^2+x}$

b. $y = \frac{6x}{3+\frac{x}{x-1}} = \frac{6x}{3+\frac{x}{x-1}} \times \frac{x-1}{x-1}$

$y = \frac{x^2+x}{3(x-1)+x} = \frac{x^2+x}{3x-3+x} = \frac{x^2+x}{4x-3}$

VOORBEELD 3

a. Schrijf $\frac{a}{b} = \frac{3}{b-1}$ als $b =$ ..

b. Maak x vrij bij de formule $y = \frac{x}{x+2}$

OPLOSSING 3

a. $\frac{a}{b-1} = \frac{3}{b}$ (Kruiselings Vermenigvuldigen)

$ab = 3(b-1)$

$ab = 3b - 3$

$ab - 3b = -3$

$b(a-1) = -3$

$b = \frac{-3}{a-1}$

b. $\frac{y}{1} = \frac{x}{x+2} \rightarrow \quad y(x+2) = 1x$

$yx + 2y = 1x$

$yx - x = -2y$

$x(y-1) = -2y$

$x = -\frac{2y}{(y-1)}$

PARAGRAAF 6.5 FORMULES MET MACHTEN

VOORBEELD 1

Sjors had op 5 juli om 0.00u precies 800 vlinders. Dat is tijdstip d = 4. Het verband tussen het aantal vlinders (V) en het aantal dagen wordt weergegeven door de formule $V = a \cdot d^4$.

a. Bereken a.
b. Bereken op welke dag Sjors voor het eerst meer dan 1 miljoen vlinders heeft.

OPLOSSING 1

a. $V = a \cdot d^4$
Punt (4, 800) invullen :
$800 = a \cdot 4^4 \ \rightarrow a = \dfrac{800}{4^4} = 3{,}125$
Dus $V = 3{,}125d^4$

b. $1000000 = 3{,}125d^4$
$d^4 = 32000$
$d = \sqrt[4]{32000} = 13{,}37$ dus op 13e dag. Dat is 14 juli.