

PARAGRAAF 6.1 : KWADRATISCHE FORMULES

VOORBEELD 1

Gegeven is de formule $W(x) = -x^2 + 8x$ met W de winst in euro's per uur en x het aantal producten dat per uur gemaakt wordt.

- Teken de grafiek
- Bereken het maximaal aantal klanten.
- Bereken bij welke uurproductie er meer dan 12 euro winst gemaakt werd.

OPLOSSING 1

- Om de grafiek netjes te tekenen maak je eerst een tabel.
Deze begint bij nul (omdat je geen negatieve productie kunt hebben).
Dit kun je doen m.b.v. de GR :

(1) Formule intikken

$$y_1 = -x^2 + 8x$$

(2) Tableset

$$\text{Tblstart} = 0 \text{ en } \Delta\text{Tbl} = 1$$

(3) Table geeft

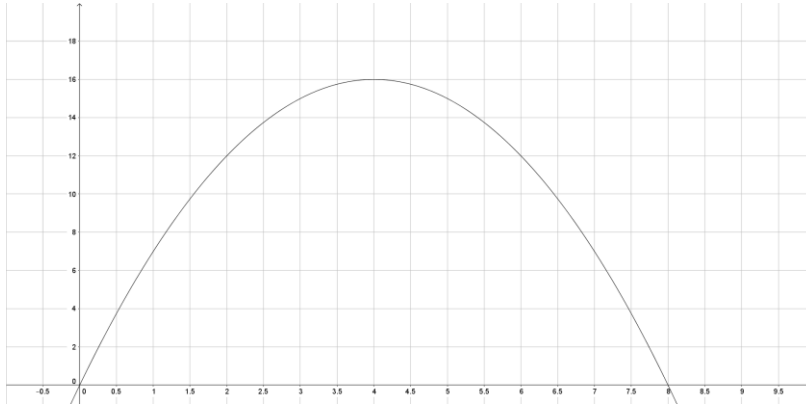
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	7	12	16	16	15	12	7	0

De grafiek :



b. Je wil iets gaan berekenen (calc) dus volg je het stappenplan :

- (1) Formule intikken $y_1 = -x^2 + 8x$
 (2) Venster $[0, 10] \times [0, 50]$
 (3) Schets / Plot



- (4) Toets / Knop calc maximum
 (5) Oplossing $y = 16$

Dus er zijn maximaal 16 klanten in de winkel.

c. Je wil iets gaan berekenen (calc) dus volg je het stappenplan :

- (1) Formule intikken $y_1 = -x^2 + 8x$ en $y_2 = 12$
 (2) Venster $[0, 10] \times [0, 50]$
 (3) Schets / Plot



- (4) Toets / Knop calc intersect
 (5) Oplossing $x = 2 \vee x = 6$

Dus bij een uurproductie van 3, 4 of 5 producten (niet 2 en 6 !!)

VOORBEELD 2

Gegeven is een rechthoekig stuk grond met lengte x en breedte y .



De omtrek van dit stuk grond is gelijk aan 156 meter.

- Toon aan dat geldt $x + y = 78$
- Toon aan dat de oppervlakte gelijk is aan $O(x) = 78x - x^2$
- Bereken de afmetingen van het stuk land waarvoor de oppervlakte maximaal is.

OPLOSSING 2

a. Omtrek rechthoek = $x + y + x + y = 156$
 $2x + 2y = 156$

Hieruit volgt $x + y = 78$

b. De oppervlakte is gelijk aan $O(x) = x \cdot y$

De y moet weg uit deze formule.

We weten dat $x + y = 78$, dus $y = 78 - x$.

Invullen in de eerste formule geeft $O(x) = x \cdot y = x \cdot (78 - x) = 78x - x^2$

(1) Formule intikken $y1 = -x^2 + 8x$ en $y2 = 12$

(2) Venster $[0, 10] x [0, 50]$

(3) Schets / Plot ...

(4) Toets / Knop `calc intersect`

(5) Oplossing $x = 39$

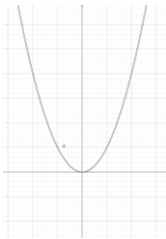
Dus de lengte $x = 39$ en de breedte $y = 78 - 39 = 39$ (het is dus een vierkant)

PARAGRAAF 6.2 GRAFIEKEN VERANDEREN

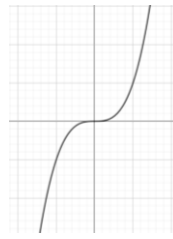
LES 1 : TRANSFORMATIES VAN MACHTSFUNCTIES

DEFINITIES MACHTSFUNCTIES

Er zijn twee soorten grafieken voor de formules $y = ax^n$:

(1) n is even

- Er zijn twee snijpunten met de positieve y-as.
- Er zijn geen snijpunten met de negatieve y-as.
- Bij de formule $y = a(x - p)^n + q$ ligt de top bij (p,q).
- Als $a < 0 \rightarrow$ omgedraaide vorm

(2) n is oneven

- Er is één snijpunt met de positieve y-as.
- Er is één snijpunt met de negatieve y-as.
- Bij de formule $y = a(x - p)^n + q$ ligt het symmetriepunt bij (p,q).
- Als $a < 0 \rightarrow$ omgedraaide vorm

TOP OF SYMMETRIEPUNT ?

Grafieken van machtsfuncties schetsen

VOORBEELDEN

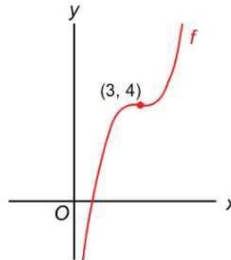
Schets de grafiek en vermeld de coördinaten van de top of het punt van symmetrie.

$$f(x) = 3(x - 3)^5 + 4$$

n is oneven

$a > 0$

$y = 3x^5$
3 naar rechts, 4 omhoog

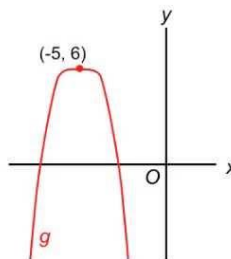


$$g(x) = -2(x + 5)^4 + 6$$

n is even

$a < 0$

$y = -2x^4$
5 naar links, 6 omhoog



DEFINITIES TRANSLATIES

- $T(p,q) = \{ \text{Translatie / verschuiving van de grafiek } p \text{ naar rechts en } q \text{ omhoog} \}$
- $V_{x-as, c} = \{ \text{Vermenigvuldiging t.o.v. de } x\text{-as met factor } c \}$

REGELS BIJ TRANSLATIES

$$(1) f(x) \xrightarrow{T(a,b)} f(x - a) + b$$

$$(2) f(x) \xrightarrow{V_{x-as,c}} c \cdot f(x)$$

VOORBEELD 1

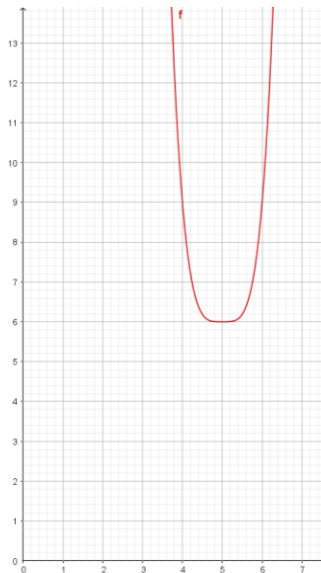
Gegeven is de functie $f(x) = x^4$.

- Bepaal de formule die ontstaat als f eerst 5 naar rechts en 2 omlaag verschoven wordt en vervolgens vermenigvuldigd wordt met 3 t.o.v. de x-as.
- Schets de nieuwe grafiek.
- Geef de coördinaten van de top.
- Beantwoord de vragen a t/m c nu als f eerst vermenigvuldigd wordt met -2 en dan 3 naar links verschoven wordt.

OPLOSSING 1

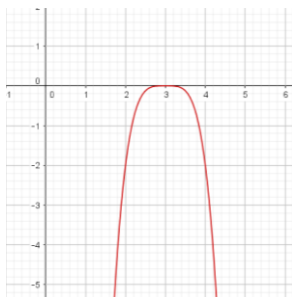
a. $x^4 \xrightarrow{T(5,2)} (x-5)^4 + 2 \xrightarrow{V_{x-as,3}} 3 \cdot ((x-5)^4 + 2) = 3 \cdot (x-5)^4 + 6$

b.



c. Top is (5,6)

d. $x^4 \xrightarrow{V_{x-as,-2}} -2 \cdot x^4 \xrightarrow{T(-3,0)} -2(x-(-3))^4 = -2(x+3)^4$



Top = (3,0)

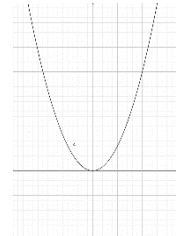
PARAGRAAF 6.3 REKENEN MET MACHTEN EN WORTELS

LES 1 : MACHTSVERGELIJKINGEN OPLOSSEN

HERHALEN

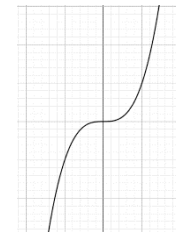
(1) n is even

- Er zijn twee snijpunten (oplossingen) met de positieve y-as.
- Er zijn geen snijpunten (oplossingen) met de negatieve y-as.



(2) n is oneven

- Er is één snijpunt (oplossing) met de positieve y-as.
- Er is één snijpunt (oplossing) met de negatieve y-as.



VOORBEELD 1

Los algebraïsch op. Geef de antwoorden in 2 decimalen nauwkeurig.

a. $3x^7 = 36$

b. $2x^4 - 10 = 360$

c. $3x^{3,7} = 60$

OPLOSSING 1

a. $3x^7 = 36$

$x^7 = 12$

$x = \sqrt[7]{12} = 1,43$

(en NIET -1,43 !!!)

b. $2x^4 - 10 = 360$

$2x^4 = 370$

$x^4 = 185$

$x = \sqrt[4]{185} = 3,69 \vee x = -3,69$ (Nu wel, waarom ???)

c. $3x^{3,7} = 60$

$x^{3,7} = 20$

$x = \sqrt[3,7]{20} = 2,25$

LES 2 : WORTELVERGELIJKINGEN EN VARIABELEN VRIJMAKEN**VOORBEELD 1**

- a. Los algebraïsch op : $2 - \sqrt{x + 4} = -1$
b. Schrijf x als functie van y bij de formule $y = 2 - \sqrt{x + 4}$

OPLOSSING 1

a. $2 - \sqrt{x + 4} = -1$
 $\sqrt{x + 4} = 3$ { Nu is de wortel los, dus nu kwadrateren }
 $x + 4 = 9$
 $x = 5$

b. $y = 2 - \sqrt{x + 4}$
 $y - 2 = -\sqrt{x + 4}$
 $-y + 2 = \sqrt{x + 4}$ { Nu is de wortel los, dus nu kwadrateren }
 $(2 - y)^2 = x + 4$
 $y^2 - 4y + 4 = x + 4$
 $x = y^2 - 4y$

VOORBEELD 2

- a. Maak p vrij bij de formule $Q = 3 \cdot (p - 5)^4 + 6$
b. Schrijf $Q = 3 \cdot (2p)^5$ in de vorm $Q = a \cdot p^c$

OPLOSSING 2

a. $Q = 3 \cdot (p - 5)^4 + 6$

$$Q - 6 = 3 \cdot (p - 5)^4$$

$$\frac{1}{3}Q - 2 = (p - 5)^4$$

$$p - 5 = \sqrt[4]{\frac{1}{3}Q - 2}$$

$$p = \sqrt[4]{\frac{1}{3}Q - 2} + 5$$

b. $Q = 3 \cdot (2p)^5$

$$Q = 3 \cdot 2^5 \cdot p^5 = 96 \cdot p^5 \quad (\text{das } a = 96 \text{ en } c = 5)$$

PARAGRAAF 6.4 GEBROKEN FORMULES

LES 1 : GEBROKEN VERGELIJKINGEN OPLOSSEN

VOORBEELD 1

Los algebraïsch op

a. $\frac{4}{x+3} = \frac{2}{x+1}$

b. $\frac{2}{x+1} = 5$

OPLOSSING 1

a. $\frac{4}{x+3} = \frac{2}{x+1}$ (Kruislings Vermenigvuldigen)

$$2(x+3) = 4(x+1)$$

$$2x+6 = 4x+4$$

$$-2x = -2$$

$$x = 1$$

b. $\frac{2}{x+1} = \frac{5}{1}$ (KV)

$$5(x+1) = 2 \cdot 1$$

$$5x+5 = 2$$

$$5x = -3$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

LES 2 : HERLEIDEN VAN BREUKEN

VOORBEELD 1

a. Herleid tot één breuk : $5a + \frac{2}{a} =$

b. Herleid $\frac{x}{x+4} \times \frac{x-1}{x-1} =$

c. Toon aan dat $\frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot 7b$ te schrijven is als $\frac{84}{b-1}$

OPLOSSING 1

a. $5a + \frac{2}{a} = \frac{5a}{1} + \frac{2}{a} = \frac{5a^2}{a} + \frac{2}{a} = \frac{5a^2+2}{a}$

b. $\frac{x}{x+4} \times \frac{x-1}{x-1} = \frac{x}{x^2+3x-4}$

c. $\frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot 7b = \frac{4}{b} \cdot \frac{3}{b-1} \cdot \frac{7b}{1} = \frac{84b}{b(b-1)} = \frac{84}{b-1}$

VOORBEELD 2

a. Gegeven is de formule $y = x\left(3 + \frac{10}{x+1}\right)$

Herleid deze tot de vorm $y = ax + \frac{b}{x^2+x}$ met a en b getallen.

b. Gegeven is de formule $y = \frac{6x}{3 + \frac{x}{x-1}}$

Herleid deze tot de vorm $y = \frac{ax^2+bx}{cx-d}$ met a, b, c en d getallen.

OPLOSSING 2

a. $y = x\left(3 + \frac{10}{x+1}\right) = 3x + \frac{x}{1} \cdot \frac{10}{x+1}$

$$y = 3x + \frac{x \cdot 10}{x+1} = 3x + \frac{10x}{x+1} =$$

$$y = 3x + \frac{10}{\frac{x}{x+1}} = 3x + \frac{10}{x} \cdot \frac{1}{\frac{1}{x+1}} = 3x + \frac{10}{x^2+x}$$

b. $y = \frac{6x}{3 + \frac{x}{x-1}} = \frac{6x}{3 + \frac{x}{x-1}} \times \frac{x-1}{x-1}$

$$y = \frac{x^2+x}{3(x-1)+x} = \frac{x^2+x}{3x-3+x} = \frac{x^2+x}{4x-3}$$

VOORBEELD 3

- a. Schrijf $\frac{a}{b} = \frac{3}{b-1}$ als $b = ..$
- b. Maak x vrij bij de formule $y = \frac{x}{x+2}$
-

OPLOSSING 3

- a. $\frac{a}{b-1} = \frac{3}{b}$ (Kruiselings Vermenigvuldigen)
- $$ab = 3(b-1)$$
- $$ab = 3b - 3$$
- $$ab - 3b = -3$$
- $$b(a-1) = -3$$
- $$b = \frac{-3}{a-1}$$
- b. $\frac{y}{1} = \frac{x}{x+2} \rightarrow y(x+2) = 1x$
- $$yx + 2y = 1x$$
- $$yx - x = -2y$$
- $$x(y-1) = -2y$$
- $$x = -\frac{2y}{(y-1)}$$

PARAGRAAF 6.5 FORMULES MET MACHTEN

VOORBEELD 1

Sjors had op 5 juli om 0.00u precies 800 vlinders. Dat is tijdstip $d = 4$. Het verband tussen het aantal vlinders (V) en het aantal dagen wordt weergegeven door de formule $V = a \cdot d^4$.

- a. Bereken a .
- b. Bereken op welke dag Sjors voor het eerst meer dan 1 miljoen vlinders heeft.

OPLOSSING 1

a. $V = a \cdot d^4$

Punt (4, 800) invullen :

$$800 = a \cdot 4^4 \rightarrow a = \frac{800}{4^4} = 3,125$$

Dus $V = 3,125d^4$

b. $1000000 = 3,125d^4$

$$d^4 = 32000$$

$$d = \sqrt[4]{32000} = 13,37 \text{ dus op } 13^{\text{e}} \text{ dag. Dat is } 14 \text{ juli.}$$