

## PARAGRAAF 4.1 : KANSEN

## LES 1 KANSEN MET DOBBELSTENEN

## DEFINITIE

- $Kans = \frac{\text{Gunstige uitkomsten}}{\text{Totaal aantal uitkomsten}}$
- Notatie kans :  $P(\dots)$

## VOORBEELD 1

Wim gooit met 2 dobbelstenen. Bereken de kans dat :

- Het product precies 12 is.
- Het product hoogstens 5 is.

## OPLOSSING 1

a.  $P(\text{product} = 12) = \frac{4}{36}$

b.  $P(\text{product hoogstens } 5) = \frac{10}{36}$

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

**LES 2 KANSEN BEREKENEN****DEFINITIE**

- In de kansrekening geldt : **EN = × OF = +**
- Hoe bereken je de kans als je een aantal keren achter elkaar een experiment uitvoert ?  
 $P(\dots)$  = kans op één rijtje **x** het aantal verschillende rijtjes

---

**VOORBEELD 1**

Wouter beantwoordt 5 ABCD vragen. Hij gokt ze allemaal. Bereken de kans dat :

- Hij vier keer goed gokt.
- Hij twee keer goed gokt.
- Hij hoogstens 1 keer goed gokt..

---

**OPLOSSING 1**

- $P(\text{GGGGF})$  = kans op één rijtje x aantal mogelijke rijtjes

$$P(\text{GGGGF}) = \binom{5}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \left(\frac{3}{4}\right) = 0,0146$$

- $P(\text{GGFFF}) = \binom{5}{2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 0,2637$

## PARAGRAAF 4.2 : EMPIRISCHE KANSEN

## LES 1 VOORWAARDELIJKE KANSEN

## VOORBEELD 1

In de volgende tabel staan de onvoldoendes voor wiskunde op het rapport van 160 leerlingen van de klassen 4, 5 en 6 op een scholengemeenschap.

	klas 4	klas 5	klas 6	totaal
voldoende	45	42	38	125
onvoldoende	5	12	18	35
totaal	50	54	56	160

Bereken de kans dat:

- een willekeurige leerling een onvoldoende heeft.
- een leerling die een voldoende heeft, in de vijfde klas zit.
- een leerling die in klas 6 zit een onvoldoende heeft.
- een willekeurige leerling niet in klas 5 zit en ook geen onvoldoende heeft.
- Bereken of de gebeurtenissen voldoende en klas 4 onafhankelijk zijn.

---

**OPLOSSING 1**

- a. Er zijn 35 onvoldoendes van de 160 leerlingen dus de kans is  $35/160$
- b. Er zijn 125 leerlingen met een voldoende. Daarvan zitten er 42 in de vijfde klas dus de kans is  $42/125$ .
- c. Er zijn 56 leerlingen in klas 6. Daarvan hebben er 18 een onvoldoende, dus de kans is  $18/56$ .
- d. Er zijn  $45 + 38 = 83$  leerlingen die niet in klas 5 zitten en ook geen onvoldoende hebben. De kans is dus  $83/160$ .

- e. Als ze onafhankelijk zijn dan moet gelden dat  
 $P(\text{voldoende}) \times P(\text{klas 4}) = P(\text{voldoende én klas 4})$

$$P(\text{voldoende}) = \frac{125}{160} \quad \text{en} \quad P(\text{klas 4}) = \frac{50}{160}$$

$$P(\text{voldoende én klas 4}) = \frac{45}{160}$$

Aangezien  $\frac{125}{160} \times \frac{50}{160} \neq \frac{45}{160}$  zijn de gebeurtenissen niet onafhankelijk (dus afhankelijk).

## PARAGRAAF 4.3 : DE PRODUCTREGEL

## VOORBEELD 1

Wim gooit met twee gewone dobbelstenen en één viervlaksdobbelsteen. Bereken de kans dat :

- Ze als som 15 gooien.
- Er precies één 5 gegooid wordt.
- Met elke dobbelsteen minimaal 4 ogen gegooid wordt.

Hans gooit met één dobbelsteen. Hij stopt als hij zes gooit.

- Bereken de kans dat hij vijf keer moet gooien.

## OPLOSSING 1

Het laatste getal is hier de viervlaksdobbelsteen

- Som = 15  $\rightarrow$  663 of 654 of 564

$$P(663) + P(654) + P(564) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4}$$

$$P(663) + P(654) + P(564) = \frac{1}{144} + \frac{1}{144} + \frac{1}{144} = \frac{3}{144}$$

- Eén 5  $\rightarrow$  5 ~~5~~ of ~~5~~ 5 (555 kan niet want het is een viervlaks !!)

$$P(5 \text{ } \cancel{5}) + P(\cancel{5} 5) = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{4}{4}$$

$$P(5 \text{ } \cancel{5}) + P(\cancel{5} 5) = \frac{20}{144} + \frac{20}{144} = \frac{40}{144} (= \frac{5}{18})$$

- Noem 4 of hoger even H (Hoog) en  
Met elke dobbelsteen H  $\rightarrow$  HHH

$$P(HHH) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{144} (= \frac{1}{16})$$

- $P(\cancel{6} \cancel{6} \cancel{6} \cancel{6}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \times \frac{1}{6} = \frac{625}{7776} \approx 0,0804$

## PARAGRAAF 4.4 : HERHALEN VAN KANSEXPERIMENTEN

**HERHALING**

Hoe bereken je de kans als je een aantal keren achter elkaar een experiment doet ?

$P(\dots)$  = kans op één rijtje  $\times$  het aantal verschillende rijtjes

**VOORBEELD 1**

Jan maakt een ABCD proefwerk. Hij gokt 5 vragen. Bereken de kans dat :

- Hij geen enkele vraag goed gokt.
- Hij precies 3 vragen goed gokt.
- Hij minstens 4 vragen goed gokt.
- Hij minstens 1 vraag goed gokt.

**OPLOSSING 1**

$$\text{a. } P(\text{FFFFF}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = 0,2373$$

$$\text{b. } P(\text{GGGFF}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \binom{5}{3} = 0,0879$$

- c. Minstens 4 vragen goed  $\rightarrow$  4 goed of 5 goed

$$P(\text{GGGGF}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \binom{5}{4} = 0,014648$$

$$P(\text{GGGGG}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = 0,000977$$

$$P(\text{GGGGF}) + P(\text{GGGGG}) = 0,014648 + 0,000977 = 0,0156$$

- d. Minstens 1 vraag goed  $\rightarrow$  1 of 2 of 3 of 4 of 5 goed  
 $\rightarrow 1 - P(0 \text{ goed})$

$$\begin{aligned} P(\text{minstens 1 goed}) &= 1 - P(\text{geen goed}) \\ &= 1 - P(\text{FFFFF}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5 = 1 - 0,2373 = 0,7627 \end{aligned}$$

---

**VOORBEELD 2**

In een vaas zitten 3 blauwe, 5 groene en 7 rode knikkers. Harrie pakt 3 knikkers. (Hij legt ze niet terug). Bereken de kans dat :

- a. Hij 2 groene en een blauwe pakt.
- b. Hij precies 1 rode pakt
- c. Hij precies 2 blauwe pakt.

Hans pakt ook een knikker uit de vaas. Hij stopt als hij een rode knikker pakt.

- d. Bereken de kans dat hij 4 keer een knikker pakt.

Frans pakt ook een knikker uit de vaas. Hij stopt als hij twee rode knikkers heeft.

- e. Bereken de kans dat hij 4 keer een knikker pakt.

---

**OPLOSSING 2**

a.  $P(\text{GGB}) = \binom{3}{1} \times \frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{3}{13} = 0,0659$

b.  $P(\text{RRR}) = \binom{3}{1} \times \frac{7}{15} \times \frac{8}{14} \times \frac{7}{13} = 0,4308$

c.  $P(\text{BBB}) = \binom{3}{1} \times \frac{3}{15} \times \frac{2}{14} \times \frac{11}{13} = 0,0791$

d.  $P(\text{RRRR}) = \binom{3}{0} \times \frac{8}{15} \times \frac{7}{14} \times \frac{6}{13} \times \frac{7}{12} = 0,0718$

e.  $P(\text{RRRR}) = \binom{3}{1} \times \frac{7}{15} \times \frac{8}{14} \times \frac{7}{13} \times \frac{6}{12} = 0,1846$